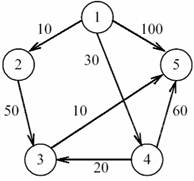
1. Дан взвешенный ориентированный граф, представленный на рисунке.



б) Найти кратчайшие пути между всеми парами вершин с помощью алгоритма Флойда — Уоршелла.

На основании исходных данных формируем матрицу длин кратчайших дуг D0, каждый элемент которой равен длине кратчайщей дуги между вершинами i и j. Если такой дуги нет, положим значение элемента равным ∞.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D0= | 0 | 10 | ∞ | 30 | 100 |
| ∞ | 0 | 50 | ∞ | ∞ |
| ∞ | ∞ | 0 | ∞ | 10 |
| ∞ | ∞ | 20 | 0 | 60 |
| ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0 |

На основании матрицы D0, вычислим последовательно все элементы матрицы D1. Для этого мы используем рекуррентное соотношение di,j1=min{ di,10+ d1,j0; di,j0}.

d1,11=min{d1,10+d1,10d1,10}=min{0+0; 0}=0  
d1,21=min{d1,10+d1,20d1,20}=min{0+10; 10}=10  
d1,31=min{d1,10+d1,30d1,30}=min{0+∞; ∞}=∞  
d1,41=min{d1,10+d1,40d1,40}=min{0+30; 30}=30  
d1,51=min{d1,10+d1,50d1,50}=min{0+100; 100}=100  
d2,11=min{d2,10+d1,10d2,10}=min{∞+0; ∞}=∞  
d2,21=min{d2,10+d1,20d2,20}=min{∞+10; 0}=0  
d2,31=min{d2,10+d1,30d2,30}=min{∞+∞; 50}=50  
d2,41=min{d2,10+d1,40d2,40}=min{∞+30; ∞}=∞  
d2,51=min{d2,10+d1,50d2,50}=min{∞+100; ∞}=∞  
d3,11=min{d3,10+d1,10d3,10}=min{∞+0; ∞}=∞  
d3,21=min{d3,10+d1,20d3,20}=min{∞+10; ∞}=∞  
d3,31=min{d3,10+d1,30d3,30}=min{∞+∞; 0}=0  
d3,41=min{d3,10+d1,40d3,40}=min{∞+30; ∞}=∞  
d3,51=min{d3,10+d1,50d3,50}=min{∞+100; 10}=10  
d4,11=min{d4,10+d1,10d4,10}=min{∞+0; ∞}=∞  
d4,21=min{d4,10+d1,20d4,20}=min{∞+10; ∞}=∞  
d4,31=min{d4,10+d1,30d4,30}=min{∞+∞; 20}=20  
d4,41=min{d4,10+d1,40d4,40}=min{∞+30; 0}=0  
d4,51=min{d4,10+d1,50d4,50}=min{∞+100; 60}=60  
d5,11=min{d5,10+d1,10d5,10}=min{∞+0; ∞}=∞  
d5,21=min{d5,10+d1,20d5,20}=min{∞+10; ∞}=∞  
d5,31=min{d5,10+d1,30d5,30}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d5,41=min{d5,10+d1,40d5,40}=min{∞+30; ∞}=∞  
d5,51=min{d5,10+d1,50d5,50}=min{∞+100; 0}=0  
Представим матрицу D1, включив в нее рассчитанные элементы.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D1= | 0 | 10 | ∞ | 30 | 100 |
| ∞ | 0 | 50 | ∞ | ∞ |
| ∞ | ∞ | 0 | ∞ | 10 |
| ∞ | ∞ | 20 | 0 | 60 |
| ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0 |

На основании матрицы D1, вычислим последовательно все элементы матрицы D2. Для этого мы используем рекуррентное соотношение di,j2=min{ di,21+ d2,j1; di,j1}.  
d1,12=min{d1,21+d2,11d1,11}=min{10+∞; 0}=0  
d1,22=min{d1,21+d2,21d1,21}=min{10+0; 10}=10  
d1,32=min{d1,21+d2,31d1,31}=min{10+50; ∞}=60  
d1,42=min{d1,21+d2,41d1,41}=min{10+∞; 30}=30  
d1,52=min{d1,21+d2,51d1,51}=min{10+∞; 100}=100  
d2,12=min{d2,21+d2,11d2,11}=min{0+∞; ∞}=∞  
d2,22=min{d2,21+d2,21d2,21}=min{0+0; 0}=0  
d2,32=min{d2,21+d2,31d2,31}=min{0+50; 50}=50  
d2,42=min{d2,21+d2,41d2,41}=min{0+∞; ∞}=∞  
d2,52=min{d2,21+d2,51d2,51}=min{0+∞; ∞}=∞  
d3,12=min{d3,21+d2,11d3,11}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d3,22=min{d3,21+d2,21d3,21}=min{∞+0; ∞}=∞  
d3,32=min{d3,21+d2,31d3,31}=min{∞+50; 0}=0  
d3,42=min{d3,21+d2,41d3,41}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d3,52=min{d3,21+d2,51d3,51}=min{∞+∞; 10}=10  
d4,12=min{d4,21+d2,11d4,11}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d4,22=min{d4,21+d2,21d4,21}=min{∞+0; ∞}=∞  
d4,32=min{d4,21+d2,31d4,31}=min{∞+50; 20}=20  
d4,42=min{d4,21+d2,41d4,41}=min{∞+∞; 0}=0  
d4,52=min{d4,21+d2,51d4,51}=min{∞+∞; 60}=60  
d5,12=min{d5,21+d2,11d5,11}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d5,22=min{d5,21+d2,21d5,21}=min{∞+0; ∞}=∞  
d5,32=min{d5,21+d2,31d5,31}=min{∞+50; ∞}=∞  
d5,42=min{d5,21+d2,41d5,41}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d5,52=min{d5,21+d2,51d5,51}=min{∞+∞; 0}=0  
Представим матрицу D2, включив в нее рассчитанные элементы.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D2= | 0 | 10 | 60 | 30 | 100 |
| ∞ | 0 | 50 | ∞ | ∞ |
| ∞ | ∞ | 0 | ∞ | 10 |
| ∞ | ∞ | 20 | 0 | 60 |
| ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0 |

На основании матрицы D2, вычислим последовательно все элементы матрицы D3. Для этого мы используем рекуррентное соотношение di,j3=min{ di,32+ d3,j2; di,j2}.  
d1,13=min{d1,32+d3,12d1,12}=min{60+∞; 0}=0  
d1,23=min{d1,32+d3,22d1,22}=min{60+∞; 10}=10  
d1,33=min{d1,32+d3,32d1,32}=min{60+0; 60}=60  
d1,43=min{d1,32+d3,42d1,42}=min{60+∞; 30}=30  
d1,53=min{d1,32+d3,52d1,52}=min{60+10; 100}=70  
d2,13=min{d2,32+d3,12d2,12}=min{50+∞; ∞}=∞  
d2,23=min{d2,32+d3,22d2,22}=min{50+∞; 0}=0  
d2,33=min{d2,32+d3,32d2,32}=min{50+0; 50}=50  
d2,43=min{d2,32+d3,42d2,42}=min{50+∞; ∞}=∞  
d2,53=min{d2,32+d3,52d2,52}=min{50+10; ∞}=60  
d3,13=min{d3,32+d3,12d3,12}=min{0+∞; ∞}=∞  
d3,23=min{d3,32+d3,22d3,22}=min{0+∞; ∞}=∞  
d3,33=min{d3,32+d3,32d3,32}=min{0+0; 0}=0  
d3,43=min{d3,32+d3,42d3,42}=min{0+∞; ∞}=∞  
d3,53=min{d3,32+d3,52d3,52}=min{0+10; 10}=10  
d4,13=min{d4,32+d3,12d4,12}=min{20+∞; ∞}=∞  
d4,23=min{d4,32+d3,22d4,22}=min{20+∞; ∞}=∞  
d4,33=min{d4,32+d3,32d4,32}=min{20+0; 20}=20  
d4,43=min{d4,32+d3,42d4,42}=min{20+∞; 0}=0  
d4,53=min{d4,32+d3,52d4,52}=min{20+10; 60}=30  
d5,13=min{d5,32+d3,12d5,12}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d5,23=min{d5,32+d3,22d5,22}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d5,33=min{d5,32+d3,32d5,32}=min{∞+0; ∞}=∞  
d5,43=min{d5,32+d3,42d5,42}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d5,53=min{d5,32+d3,52d5,52}=min{∞+10; 0}=0  
Представим матрицу D3, включив в нее рассчитанные элементы.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D3= | 0 | 10 | 60 | 30 | 70 |
| ∞ | 0 | 50 | ∞ | 60 |
| ∞ | ∞ | 0 | ∞ | 10 |
| ∞ | ∞ | 20 | 0 | 30 |
| ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0 |

На основании матрицы D3, вычислим последовательно все элементы матрицы D4. Для этого мы используем рекуррентное соотношение di,j4=min{ di,43+ d4,j3; di,j3}.  
d1,14=min{d1,43+d4,13d1,13}=min{30+∞; 0}=0  
d1,24=min{d1,43+d4,23d1,23}=min{30+∞; 10}=10  
d1,34=min{d1,43+d4,33d1,33}=min{30+20; 60}=50  
d1,44=min{d1,43+d4,43d1,43}=min{30+0; 30}=30  
d1,54=min{d1,43+d4,53d1,53}=min{30+30; 70}=60  
d2,14=min{d2,43+d4,13d2,13}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d2,24=min{d2,43+d4,23d2,23}=min{∞+∞; 0}=0  
d2,34=min{d2,43+d4,33d2,33}=min{∞+20; 50}=50  
d2,44=min{d2,43+d4,43d2,43}=min{∞+0; ∞}=∞  
d2,54=min{d2,43+d4,53d2,53}=min{∞+30; 60}=60  
d3,14=min{d3,43+d4,13d3,13}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d3,24=min{d3,43+d4,23d3,23}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d3,34=min{d3,43+d4,33d3,33}=min{∞+20; 0}=0  
d3,44=min{d3,43+d4,43d3,43}=min{∞+0; ∞}=∞  
d3,54=min{d3,43+d4,53d3,53}=min{∞+30; 10}=10  
d4,14=min{d4,43+d4,13d4,13}=min{0+∞; ∞}=∞  
d4,24=min{d4,43+d4,23d4,23}=min{0+∞; ∞}=∞  
d4,34=min{d4,43+d4,33d4,33}=min{0+20; 20}=20  
d4,44=min{d4,43+d4,43d4,43}=min{0+0; 0}=0  
d4,54=min{d4,43+d4,53d4,53}=min{0+30; 30}=30  
d5,14=min{d5,43+d4,13d5,13}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d5,24=min{d5,43+d4,23d5,23}=min{∞+∞; ∞}=∞  
d5,34=min{d5,43+d4,33d5,33}=min{∞+20; ∞}=∞  
d5,44=min{d5,43+d4,43d5,43}=min{∞+0; ∞}=∞  
d5,54=min{d5,43+d4,53d5,53}=min{∞+30; 0}=0  
Представим матрицу D4, включив в нее рассчитанные элементы.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D4= | 0 | 10 | 50 | 30 | 60 |
| ∞ | 0 | 50 | ∞ | 60 |
| ∞ | ∞ | 0 | ∞ | 10 |
| ∞ | ∞ | 20 | 0 | 30 |
| ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0 |

На основании матрицы D4, вычислим последовательно все элементы матрицы D5. Для этого мы используем рекуррентное соотношение di,j5=min{ di,54+ d5,j4; di,j4}.  
d1,15=min{d1,54+d5,14d1,14}=min{60+∞; 0}=0  
d1,25=min{d1,54+d5,24d1,24}=min{60+∞; 10}=10  
d1,35=min{d1,54+d5,34d1,34}=min{60+∞; 50}=50  
d1,45=min{d1,54+d5,44d1,44}=min{60+∞; 30}=30  
d1,55=min{d1,54+d5,54d1,54}=min{60+0; 60}=60  
d2,15=min{d2,54+d5,14d2,14}=min{60+∞; ∞}=∞  
d2,25=min{d2,54+d5,24d2,24}=min{60+∞; 0}=0  
d2,35=min{d2,54+d5,34d2,34}=min{60+∞; 50}=50  
d2,45=min{d2,54+d5,44d2,44}=min{60+∞; ∞}=∞  
d2,55=min{d2,54+d5,54d2,54}=min{60+0; 60}=60  
d3,15=min{d3,54+d5,14d3,14}=min{10+∞; ∞}=∞  
d3,25=min{d3,54+d5,24d3,24}=min{10+∞; ∞}=∞  
d3,35=min{d3,54+d5,34d3,34}=min{10+∞; 0}=0  
d3,45=min{d3,54+d5,44d3,44}=min{10+∞; ∞}=∞  
d3,55=min{d3,54+d5,54d3,54}=min{10+0; 10}=10  
d4,15=min{d4,54+d5,14d4,14}=min{30+∞; ∞}=∞  
d4,25=min{d4,54+d5,24d4,24}=min{30+∞; ∞}=∞  
d4,35=min{d4,54+d5,34d4,34}=min{30+∞; 20}=20  
d4,45=min{d4,54+d5,44d4,44}=min{30+∞; 0}=0  
d4,55=min{d4,54+d5,54d4,54}=min{30+0; 30}=30  
d5,15=min{d5,54+d5,14d5,14}=min{0+∞; ∞}=∞  
d5,25=min{d5,54+d5,24d5,24}=min{0+∞; ∞}=∞  
d5,35=min{d5,54+d5,34d5,34}=min{0+∞; ∞}=∞  
d5,45=min{d5,54+d5,44d5,44}=min{0+∞; ∞}=∞  
d5,55=min{d5,54+d5,54d5,54}=min{0+0; 0}=0  
Представим матрицу D5, включив в нее рассчитанные элементы.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D5= | 0 | 10 | 50 | 30 | 60 |
| ∞ | 0 | 50 | ∞ | 60 |
| ∞ | ∞ | 0 | ∞ | 10 |
| ∞ | ∞ | 20 | 0 | 30 |
| ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0 |

В результате, нами получена матрица длин кратчайших путей между каждой парой вершин графа. Ниже представлена таблица путей. Каждый элемент Cij таблицы, это путь из вершины i в вершину j:

**Таблица путей**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| http://uchimatchast.ru/picture/tabl.JPG | **1** | **2** | | **3** | **4** | **5** |
| **1** | - | | d1-2=1-2 | d1-3=1-4-3 | d1-4=1-4 | d1-5=1-4-3-5 |
| **2** | - | - | | d2-3=2-3 | - | d2-5=2-3-5 |
| **3** | - | - | | - | - | d3-5=3-5 |
| **4** | - | - | | d4-3=4-3 | - | d4-5=4-3-5 |
| **5** | - | - | | - | - | - |